

# Predikaatloogika: Prenekskuju

- Prenekskuju on valem  $Q_1x_1 \dots Q_nx_n M$ , kus  $Q_i$  on kvantorid ning  $M$  on kvantorivaba valem (nn maatriks).
- Iga valemi saab viia temaga loogiliselt ekvivalentsele prenekskujule, kirjutades kõigepealt ümber implikatsioonid ja kasutades seejärel

$$\neg \exists x A \Leftrightarrow \forall x \neg A$$

$$\neg \forall x A \Leftrightarrow \exists x \neg A$$

$$\forall x A \wedge B \Leftrightarrow \forall x (A \wedge B)$$

$$\exists x A \wedge B \Leftrightarrow \exists x (A \wedge B)$$

$$\forall x A \vee B \Leftrightarrow \forall x (A \vee B)$$

$$\exists x A \vee B \Leftrightarrow \exists x (A \vee B)$$

Viimases neljas samasuses ei tohi  $x$  vabalt esineda  $B$ -s.

- Vajadusel tuleb enne nende samasuste rakendamist seotud muutujaid ümber nimetada.

# Skolemiseerimine

- Kvantoritest valemis on võimalik vabaneda, aga seda ei saa teha loogiliselt ekvivalentset.
- Skolemiseerimine teisendab prenekskuju  $A$  kvantorivabaks valemiks  $A'$ , mis on kehtestatav parajasti siis, kui  $A$  on kehtestatav.
- Idee:  $\forall x \exists y A(x, y)$  on kehtestatav parajasti siis, kui kehtestatav on  $A(x, f(x))$ , kus  $f$  on uus unaarne funktsioonisümbol.
- Skolemiseerimine: kvantorid jäetakse ära, üldsuskvantoriga seotud muutuja esinemised jäävad paika, eksistentsikvantoriga seotud muutuja  $y$  esinemised asendatakse termiga  $f(x_1, \dots, x_n)$ , kus  $n$  on antud eksistentsikvantorile eelnenud üldsuskvantorite arv,  $x_1, \dots, x_n$  on vastavad seotud muutujad ning  $f$  on uus  $n$ -kohaline funktsioonisümbol.  
Nt.  $\forall x_1 \exists y_1 \forall x_2 \exists y_2 A(x_1, y_1, x_2, y_2)$  asendatakse  $A(x_1, f(x_1), x_2, g(x_1, x_2))$ , kus  $f$  on uus 1-kohaline ja  $g$  uus 2-kohaline funktsioonisümbol.

## Duaalne tegevus: herbrandiseerimine

- Tulenevalt duaalsusprintsibiist on olemas ka skolemiseerimisele duaalne tegevus. Herbrandiseerimine teisendab prenekskuju  $A$  kvantorivabaks valemiks  $A'$ , mis on üldkehtiv parajasti siis, kui  $A$  on üldkehtiv (vrd.: skolemiseerimise korral oli meil tegu ekvivalentsiga kehtestatavuse suhtes).
- Herbrandiseerimine: kvantorid jäetakse ära, eksistentsikvantoriga seotud muutuja esinemised jäävad paika, aga üldsuskvantoriga seotud muutuja  $y$  esinemised asendatakse termiga  $f(x_1, \dots, x_n)$ , kus  $n$  on antud üldsuskvantorile eelnenud eksistentsikvantorite arv,  $x_1, \dots, x_n$  on vastavad seotud muutujad ning  $f$  on uus  $n$ -kohaline funktsioonisümbol.  
Nt.  $\forall x_1 \exists y_1 \forall x_2 \exists y_2 A(x_1, y_1, x_2, y_2)$  asendatakse  $A(c, y_1, f(y_1), y_2)$ , kus  $c$  on uus 0-kohaline funktsioonisümbol (konstant) ja  $f$  on uus 1-kohaline funktsioonisümbol.

# Klauselkuju

- Predikaatloogikas loetakse literaaliks atomaarvalemite või selle eitust; klausel (elementaar-disjunktsioon) on literaalide lõplik disjunktsioon.
- Klauselkuju (konjunktiivne normaalkuju) on klauslite lõplik konjunktsioon.
- Valemi viimine kehtestatavuse mõttes ekvivalentsele (kvantorivabale) klauselkujule:
  - viia valem prenekskujule,
  - viia prenekskuju maatriks konjunktiivsele normaalkujule (nagu lauseloogikas),
  - skolemiseerida.